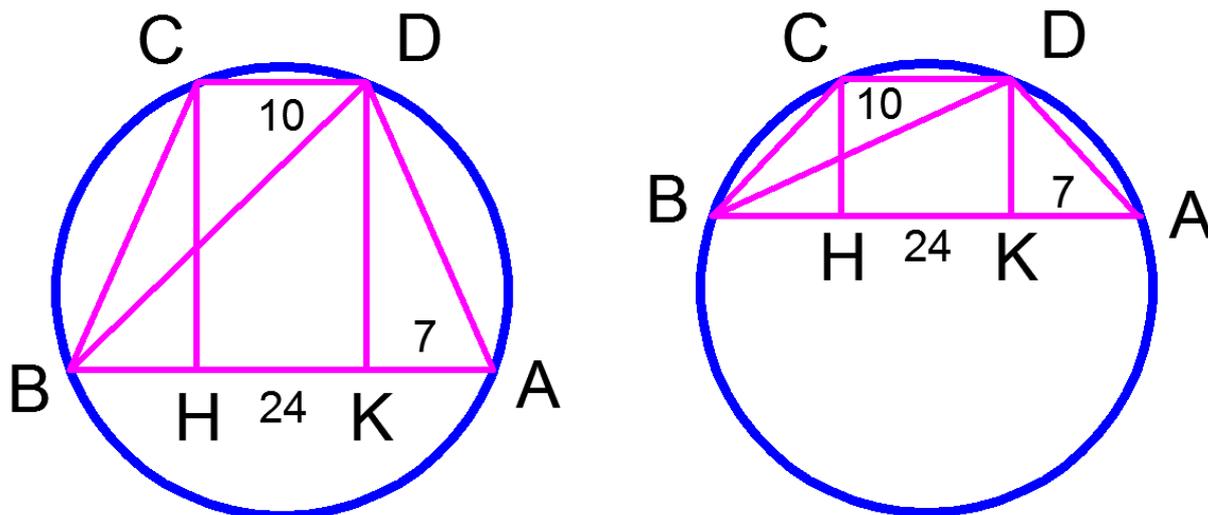


Равнобедренная трапеция вписана в окружность радиуса 13. Основания равны 10 и 24. Найти высоту трапеции.



Решение. На рисунке изображены два принципиально возможных случая. Используем следующие факты и теоремы:

- сумма противоположных углов выпуклого четырехугольника, вписанного в окружность, равна 180° ;
- отношение длины стороны треугольника к синусу противоположного угла равно удвоенному радиусу описанной окружности около этого треугольника (теорема синусов).

Легко видеть, что $HK = CD = 10$. Поскольку трапеция равнобедренная, то $BH = KA = (BA - HK)/2 = 7$. Обозначим искомую высоту за h . Тогда, используя теорему Пифагора для прямоугольного треугольника BDK , получаем $BD = \sqrt{17^2 + h^2}$. Записав теорему синусов для треугольника BCD , получаем:

$$\frac{\sqrt{17^2 + h^2}}{\sin C} = 26.$$

С другой стороны $\sin A = \sin(180^\circ - C) = \sin C = \frac{h}{\sqrt{7^2 + h^2}}$ (последнее получено из прямоугольного треугольника KDA по определению синуса острого угла прямоугольного треугольника). После всех преобразований и подстановок получаем:

$$\frac{\sqrt{17^2 + h^2} \cdot \sqrt{7^2 + h^2}}{h} = 26,$$

Откуда $h = 7$ или $h = 17$ (два возможных случая, изображенных на рисунке).