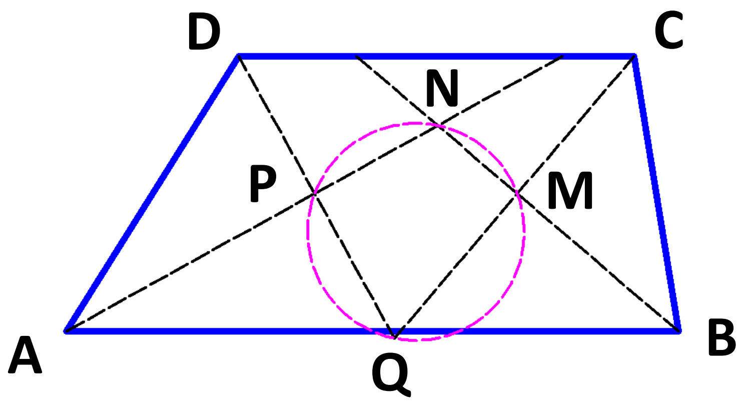
Докажите, что биссектрисы углов трапеции, пересекаясь, образуют четырехугольник, вокруг которого можно описать окружность.



Доказательство

Вокруг четырехугольника можно описать окружность тогда и только тогда, когда сумма его противоположных углов равна 180^0.

$\angle C + \angle B = 180^0$ (односторонние при параллельных прямых AB, DC и секущей BC).

$\angle MCB + \angle CBM = \frac{1}{2}(\angle C + \angle B) = 90^0$ (так как CQ и BN – биссектрисы углов соответственно C и B).

$$\angle CMB = \angle QMN \text{ (вертикальные)} = 180^0 - (\angle MCB + \angle CBQ) \begin{pmatrix} \text{сумма углов в треугольнике} \\ \text{равна } 180^0 \end{pmatrix} = 180^0 - 90^0 = 90^0 .$$

Аналогично доказывается, что $\angle QPN = 90^0$, то есть $\angle QPN + \angle QMN = 180^0$.

Значит $\angle PQM + \angle PNM = 180^0$, поскольку сумма углов выпуклого четырехугольника равна 360^0.

Доказали, что сумма противоположных углов данного четырехугольника равна 180^0, поэтому вокруг него можно описать окружность. **Что и требовалось доказать.**